



Opleiding: Middenkaderfunctionaris Bouw en Infra  
Leerweg: BOL Niveau 4

## Wiskunde 1-2

Periode 02

Opdrachten Week 04

# Machten met uitwerking

Te behalen cijfers = NVT

Naam: \_\_\_\_\_

Klas: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

## Verkennen

### Opgave V1 ▼

Als je een A4-blaadje dubbelvouwt, krijg je twee lagen papier.

Als je het blad nog een keer dubbelvouwt, krijg je vier lagen papier.

Hoeveel lagen papier krijg je als je het blad tien keer hebt dubbelgevouwen?

## Uitleg 1

Je krijgt een **macht** als je met steeds hetzelfde getal vermenigvuldigt:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5.$$

Je spreekt van **machtsverheffen** en je zegt "3 tot de macht 5", of kortweg

"3 tot de vijfde".  $3^5$  is een macht met **grondtal** 3 en **exponent** 5.

Een **kwadraat** zoals  $3^2$  is een macht met grondtal 3 en exponent 2.

Rekenregels om machten te **herleiden**:

- machten vermenigvuldigen dan exponenten optellen:  $10^4 \cdot 10^3 = 10^7$ ;
- machten delen dan exponenten aftrekken:  $10^5 / 10^3 = 10^2$ ;
- machten van machten dan exponenten vermenigvuldigen:  $(10^3)^4 = 10^{12}$ ;
- grondtal niet 0 en exponent wel:  $10^0 = 1$ ;
- negatieve exponenten kunnen ook voorkomen:  $10^3 / 10^5 = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$ ;
- machten gaan in een berekening voor vermenigvuldigen en delen.



### Opgave 39: (Bekijk uitleg 1)

Bereken de machten.

a  $1^{12}$

b  $3,5^3$

c  $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

d  $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

a)  $1^{12}$   
 $= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$   
 $= 1$

b)  $3,5^3$   
 $= 3,5 \times 3,5 \times 3,5$   
 $= 42,875$

c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4$   
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$   
 $= \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$   
 $= \frac{1}{81}$

d)  $\left(\frac{2}{5}\right)^4$   
 $= \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$   
 $= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$   
 $= \frac{16}{625}$

**Opgave 40: (Bekijk uitleg 1)**

- a Bereken  $3^4$ .
- b Wat betekent  $(-3)^4$ ? Wat is de uitkomst?
- c Wat betekent  $-3^4$ ? Wat is de uitkomst?

The image shows handwritten mathematical work on a grid background. It is divided into two parts, a) and b). Part a) shows the calculation of  $3^4$  as  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ . Part b) shows the calculation of  $(-3)^4$  as  $-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3$ , which is simplified to  $+3^2 \cdot +3^2 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4 = 81$ . A note  $(- \times - = +)$  is written to the right of the second line of part b). The letter 'c)' is written on the left side of the grid but has no corresponding calculation.

a)  $3^4$   
 $= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$   
 $= 81$

b)  $(-3)^4$   
c)  
 $= -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3$   
 $= +3^2 \cdot +3^2$   
 $= 3^2 \cdot 3^2$   
 $= 3^4$   
 $= 81$

$(- \times - = +)$

### Opgave 41: (Bekijk uitleg 1)

Bereken.

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

b)  $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$

c)  $\left(\frac{2}{7}\right)^0$

d)  $-2 \cdot (-3)^2$

opgave

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$   
 $= \frac{1^4}{2^4}$   
 $= \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$   
 $= \frac{1}{16}$

b)  $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$   
 $= \left(\frac{8}{3}\right)^3$   $\left(2\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2 + 2}{3}\right)$   
 $= \frac{8^3}{3^3}$   
 $= \frac{512}{27}$

c)  $\left(\frac{2}{7}\right)^0$   
 $= \frac{2^0}{7^0}$   
 $= \frac{1}{1}$   
 $= 1$

Regel  
 $(a^0 = 1)$

d)  $-2 \cdot (-3)^2$   
 $= -2 \cdot -3 \cdot -3$   
 $= -18$

-	x	-	=	+
+	x	-	=	-

## Opgave 42: (Bekijk uitleg 1)

Herleid de machten. Je hoeft ze niet te berekenen.

a  $3^{95} \cdot 3^{114}$

b  $\frac{3^{114}}{3^{95}}$

c  $(3^{12})^5$

d  $\frac{(3^{15})^{10}}{3^{50} \cdot 3^{100}}$

Opgave 42

a)  $3^{95} \cdot 3^{114}$   
 $= 3^{95+114}$   
 $= 3^{209}$

b)  $\frac{3^{114}}{3^{95}}$   
 $= 3^{114} \cdot 3^{-95}$   
 $= 3^9$

c)  $(3^{12})^5$   
 $= 3^{12 \cdot 5}$   
 $= 3^{60}$

d)  $\frac{(3^{15})^{10}}{3^{50} \cdot 3^{100}}$   
 $= \frac{3^{15 \cdot 10}}{3^{50+100}} = \frac{3^{150}}{3^{150}} = \frac{3^{150-150}}{3^{150-150}} = \frac{3^0}{3^0} = 3 \cdot 3 = 3$

### Voorbeeld 1

Bij het rekenen moet je machten berekenen voor vermenigvuldigen en delen.

Met haakjes kun je de volgorde beïnvloeden: wat daarbinnen staat doe je eerst. Hier zie je een voorbeeld van hoe je dit kunt toepassen.

$$\begin{aligned}2 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{2 + 6}{2^3} \\&= 2 \cdot 16 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{8}{8} \\&= 32 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{8}{8} \\&= 32 + 6 - 4 \\&= 34\end{aligned}$$

Let goed op mintekens en haakjes:  $(-17)^4 = -17 \cdot -17 \cdot -17 \cdot -17 = 83521$ , maar  $-17^4 = -17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = -83521$ .

### Opgave 43: (Bekijk Voorbeeld 1)

Let op de rekenvolgorde en bereken.

a  $4 \cdot 2^5 - \frac{400}{2^4}$

b  $\frac{(2^3 + 3^2)^2}{17} - 2^2$

c  $\left(2 \cdot \frac{1}{2^3}\right)^3$

The image shows a handwritten solution for Opgave 43 on a grid background. The solution is written in black ink and follows the order of operations (PEMDAS/BODMAS). For part (a), it calculates  $4 \cdot 2^5 = 128$  and  $\frac{400}{2^4} = 25$ , then subtracts to get 103. For part (b), it calculates  $2^3 + 3^2 = 17$ , squares it to get 289, divides by 17 to get 17, and then subtracts  $2^2 = 4$  to get 13. For part (c), it calculates  $2 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ , then cubes it to get  $\frac{1}{64}$ .

a)  $4 \cdot 2^5 - \frac{400}{2^4}$   
 $= 4 \cdot 32 - \frac{400}{16}$   
 $= 128 - 25$   
 $= 103$

b)  $\frac{(2^3 + 3^2)^2}{17} - 2^2$   
 $= \frac{(8 + 9)^2}{17} - 4$   
 $= \frac{(17)^2}{17} - 4$   
 $= \frac{17 \cdot 17}{17} - 4$   
 $= 17 - 4$   
 $= 13$

c)  $\left(2 \cdot \frac{1}{2^3}\right)^3$   
 $= \left(\frac{2}{2 \cdot 2 \cdot 2}\right)^3$   
 $= \left(\frac{1}{2 \cdot 2}\right)^3$   
 $= \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$



### Opgave 44: (Bekijk Voorbeeld 1)

Bereken.

a)  $500 - -5^3$

b)  $500 - (-5)^3$

c)  $500 + -5^4$

d)  $500 + (-5)^4$

The image shows handwritten solutions for the four parts of the problem on a grid background. Each part is solved step-by-step, showing the expansion of the power term and the application of sign rules.

a)  $500 - -5^3$   
 $= 500 - \cdot - 5 \cdot 5 \cdot 5$   
 $= 500 + 125$   $(- \cdot - = +)$   
 $= 625$

b)  $500 - (-5)^3$   
 $= 500 - (-5 \cdot -5 \cdot -5)$   
 $= 500 - (-125)$   $\left\{ \begin{array}{l} - \cdot - = + \\ - \cdot + = - \end{array} \right\}$   
 $= 500 + 125$   
 $= 625$

c)  $500 + -5^4$   
 $= 500 + \cdot - 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$   $(+ \cdot - = -)$   
 $= 500 - 625$   
 $= -125$

d)  $500 + (-5)^4$   
 $= 500 + (-5 \cdot -5 \cdot -5 \cdot -5)$   
 $= 500 + (+625)$   $(+ \cdot + = +)$   
 $= 500 + 625$   
 $= 1125$

## Voorbeeld 2

Soms kun je uitdrukkingen met machten berekenen door eerst te herleiden

$$\begin{aligned} \text{Bereken: } & \frac{17^{304} \cdot 17^{98}}{(17^{100})^4} \\ & \frac{17^{304} \cdot 17^{98}}{(17^{100})^4} = \frac{17^{402}}{17^{400}} = 17^2 = 289 \end{aligned}$$

## Opgave 45: (Bekijk Voorbeeld 2)

Bereken.

a  $\frac{13^{240}}{(13^{10})^4 \cdot 13^{200}}$

b  $\frac{4^{99}}{2^{150} \cdot (-2^5)^{10}}$

The image shows a handwritten solution for Opgave 45 on grid paper. It includes two parts, a) and b), with step-by-step calculations and mathematical rules.

**Part a)**

$$\begin{aligned} a) & \frac{13^{240}}{(13^{10})^4 \cdot 13^{200}} \\ &= \frac{13^{240}}{13^{40} \cdot 13^{200}} \\ &= \frac{13^{240}}{13^{40+200}} \\ &= \frac{13^{240}}{13^{240}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

**Part b)**

$$\begin{aligned} b) & \frac{4^{99}}{2^{150} \cdot (-2^5)^{10}} \\ &= \frac{(2^2)^{99}}{2^{150} \cdot (2^5)^{10}} \\ &= \frac{2^{2 \times 99}}{2^{150} \cdot 2^{5 \times 10}} \\ &= \frac{2^{198}}{2^{150} \cdot 2^{50}} \\ &= \frac{2^{198}}{2^{150+50}} = \frac{2^{198}}{2^{200}} = \frac{1}{2^{200-198}} \\ &= \frac{1}{2^{200-198}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

**Rules (regels):**

- $(a^b)^c = a^{bc}$
- $a^2 + a^3 = a^{2+3}$

## Opgave 46:

Reken je met getallen in de technische notatie dan werk je met machten.

- a) Een raket wordt afgeschoten met een snelheid van  $42 \cdot 10^3$  km/h richting de maan.  
Hij moet een afstand afleggen van ongeveer  $1,20 \cdot 10^6$  km.  
Hoe lang is de raket onderweg?
- b) Er zitten ongeveer  $6,02 \cdot 10^{23}$  atomen in 12 gram  $^{12}\text{C}$  (koolstof).  
Hoeveel gram weegt 1 atoom van deze koolstof? Geef je antwoord in drie significante cijfers in de technische notatie.

opgave 46.

a) Snelheid =  $\frac{\text{afstand (km)}}{\text{tijd (uur)}}$

↳ Dat betekent  $\text{tijd} = \frac{\text{afstand}}{\text{snelheid}} \rightarrow$  (balance methode)

$$\text{tijd} = \frac{1,20 \cdot 10^6}{42 \cdot 10^3} \quad (\text{uur})$$
$$\text{tijd} = \frac{1,20 \cdot 10^{6-3}}{42}$$
$$= 0,02857 \cdot 10^3$$
$$= 28,57$$
$$\approx 28,6 \text{ uur}$$

b)

atomen	$6,02 \cdot 10^{23}$	1 atoom
gram	12	$12 / 6,02 \cdot 10^{23}$

$$= \frac{12}{6,02 \cdot 10^{23}}$$
$$= \frac{12 \cdot 10^{-23}}{6,02}$$
$$= 1,99 \cdot 10^{-23} \text{ gram}$$

### Opgave 47:

Bereken.

a  $4^5$

b  $3^4 \cdot 2^3$

c  $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

d  $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$

e  $(-2)^6$

f  $-2^4 \cdot 3^3$

Opgave 47

a)  $4^5$   
 $= 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$   
 $= 1024$

b)  $3^4 \cdot 2^3$   
 $= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$   
 $= 648$

c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4$   
 $= \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

d)  $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$   
 $= \left(\frac{5 \cdot 1 + 3}{5}\right)^3$   
 $= \left(\frac{8}{5}\right)^3 = \frac{8^3}{5^3} = \frac{512}{125} = 4\frac{12}{125}$

e)  $(-2)^6$   $\left((-)^2 = +\right)$   
 $= 2^6$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$   
 $= 64$

f)  $-2^4 \cdot 3^3$   
 $= -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$   
 $= -432$

### Opgave 48:

Vul de kruisgetallenpuzzel in.

Horizontaal		Verticaal	
1	$(6^2)^3$	1	$2^4 \cdot 5^2 + 1$
4	$3^2 \cdot (2^2)^2$	2	$((2 \cdot 3)^2) \cdot (20 - 1)$
6	$\frac{3^7}{3^5} \cdot 10$	3	$2 \cdot 5^5$
7	$2 \cdot 10^3 + 2$	5	$10 \cdot \left(\frac{7^5}{7^3} - 1\right)$
		6	$(2^3)^2 \cdot 3 - 10^2$

1		2		3
4	5			
			6	
7				

1	4	6	2	6	5	3	6
	0			8			2
4	1	5	4	4			5
		8			6	9	0
7	2	0	0	2			

### Opgave 49:

Herleid de machten. Je hoeft ze niet te berekenen.

a  $2^{16} \cdot (2^{10})^3$

b  $\frac{4 \cdot 2^{26}}{2^{20}}$

c  $\frac{2^{14} \cdot 2^{26}}{(2^{20})^2}$

Opgave 49

a)  $2^{16} \cdot (2^{10})^3$

$$= 2^{16} \cdot 2^{10 \cdot 3}$$
$$= 2^{16} \cdot 2^{30}$$
$$= 2^{16+30}$$
$$= 2^{46}$$

b)  $\frac{4 \cdot 2^{26}}{2^{20}}$

$$= 4 \cdot 2^{26} \cdot 2^{-20}$$
$$= 2^2 \cdot 2^{26} \cdot 2^{-20}$$
$$= 2^{2+26-20}$$
$$= 2^8$$

c)  $\frac{2^{14} \cdot 2^{26}}{(2^{20})^2}$

$$= \frac{2^{14} \cdot 2^{26}}{2^{40}}$$
$$= 2^{14} \cdot 2^{26} \cdot 2^{-40}$$
$$= 2^{14+26-40}$$
$$= 2^0$$
$$= 1$$

regel:  
( $a^0 = 1$ )

## Opgave 50:

Alle stoffen bestaan uit atomen. Die atomen hebben een zekere massa, de atoommassa. Die atoommassa wordt uitgedrukt in een eenheid u die gelijk is aan een twaalfde deel van een koolstof-12 atoom, namelijk  $1,66 \cdot 10^{-24}$  gram.

- Het koolstof-12 atoom heeft dus een massa van 12 u. Hoeveel gram is dat?
- Uit hoeveel atomen bestaat 12 gram koolstof-12?

Waterstof heeft een atoommassa van ongeveer 1 u en zuurstof van ongeveer 16 u.

- Laat zien dat 1 gram waterstof en 16 gram zuurstof evenveel atomen bevatten.

Water heeft moleculen die bestaan uit 1 atoom zuurstof en 2 atomen waterstof. De molecuulmassa is daarom 18 u.

- Hoeveel moleculen zitten er in 1 kg (dat is 1 liter) water?

a)

$$12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24}$$

$$= 19,92 \cdot 10^{-24}$$

$$= 1,99 \cdot 10^{-23}$$

b)

$$\frac{12}{1,99 \cdot 10^{-23}}$$

$$= \frac{6,02}{10^{-23}}$$

$$= 6,02 \cdot 10^{23}$$

c)

$$18 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24}$$

$$= 29,88 \cdot 10^{-24}$$

$$= 2,988 \cdot 10^{-23} \text{ gram} = \text{molecule massa}$$

Dus

$$\frac{18}{2,988 \cdot 10^{-23}}$$

$$= \frac{6,02}{10^{-23}}$$

$$= 6,02 \cdot 10^{23}$$

d)

gram	$2,988 \cdot 10^{-23}$	1	1000
molecule	1 molecule massa	$\frac{1}{2,988 \cdot 10^{-23}}$	$\frac{1}{2,988 \cdot 10^{-23}} \cdot 1000$

$$= \frac{1000}{2,988 \cdot 10^{-23}} = 334,67 \cdot 10^{23}$$

$$= 3,35 \cdot 10^{25}$$